

АМПЛИТУДНО-МОДУЛИРОВАННЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ИХ ВОЗДЕЙСТВИЕ НА КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ КОНТУРЫ

§ 6.1. Вводные замечания

Во введении указывалось, что для радиосвязи необходимо использовать колебания высокой частоты, так как при этом легко создать поле излучения, необходимое для беспроводной передачи энергии на большие расстояния.

Для того, чтобы с помощью колебаний высокой частоты передавать на расстояние колебания более низких частот (например звуковые колебания), прибегают к модуляции, т. е. изменению колебаний высокой частоты.

При амплитудной модуляции амплитуда колебаний высокой частоты изменяется во времени по тому же закону, по которому изменяется передаваемый сигнал. Такие колебания называются амплитудно-модулированными колебаниями. Частота и сдвиг фаз при этом остаются постоянными.

При передаче низкочастотного колебания $S(t)$ амплитудно-модулированное колебание (АМ колебание) будет иметь следующий вид:

$$u = U_m(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_c [1 + aS(t)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (6.1)$$

где U_c и a — некоторые постоянные. Значение a выбирается так, чтобы при любом t величина $[1 + aS(t)]$ была положительной.

Если колебание $S(t)$ может быть представлено суммой синусоидальных колебаний то выражение (6.1) можно записать так:

$$u = U_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n M_{\kappa} \cos(\Omega_{\kappa} t + \Phi_{\kappa}) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.2)$$

Величины Ω_{κ} называются угловыми частотами модуляции, ω_0 — угловой несущей частотой, Φ_{κ} и φ_0 — их сдвигами фаз, M_{κ} — парциальными коэффициентами модуляции.

Амплитудно-модулированное колебание (6.1) может быть изображено с помощью временной диаграммы, на которой по оси абсцисс отложено время t , а по оси ординат величина u (рис. 6.1).

При построении такой диаграммы удобно сначала изобразить кривые $+U_m(t)$ и $-U_m(t)$. Эти кривые изображены на рис. 6.1 пунктиром. Они называются огибающими амплитудно-модулированного колебания. Колебание u будет касаться огибающих в моменты времени t , когда

$$\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \pm 1.$$

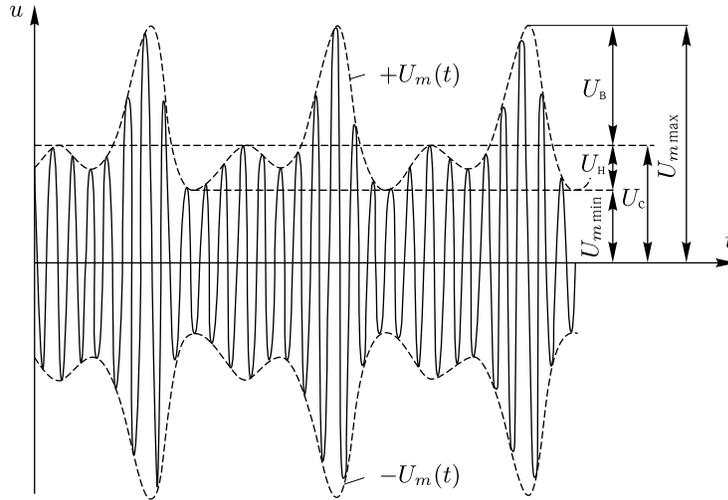


Рис. 6.1. Амплитудно-модулированное колебание $u = U_m(t) \cos(\omega_0 + \varphi_0)$.
 $U_m(t)$ и $-U_m(t)$ — огибающие

§ 6.2. Коэффициенты модуляции

АМ колебание, помимо парциальных коэффициентов модуляции, характеризуют еще коэффициентом модуляции вверх

$$M_v = \frac{U_v}{U_c} \quad (6.3)$$

и коэффициентом модуляции вниз

$$M_n = \frac{U_n}{U_c}. \quad (6.4)$$

Здесь U_v и U_n — максимальные отклонения амплитуды вверх и вниз от ее среднего значения U_c . Величины U_v , U_n и U_c показаны на рис. 6.1.

Если $U_n = U_v$, то модуляция называется симметричной и можно говорить просто о коэффициенте модуляции

$$M = M_v = M_n.$$

В частном случае, когда передаваемое колебание синусоидально, сумма в выражении (6.2) будет содержать лишь один член

$$u = U_c[1 + M_1 \cos(\Omega_1 t + \Phi_1)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.5)$$

При этом

$$U_v = U_n = U_c M_1,$$

модуляция симметрична и коэффициент модуляции равен парциальному коэффициенту модуляции M_1 .

Пример 6.1. Найти коэффициенты модуляции колебания

$$u = (100 + 30 \cos \Omega t + 20 \cos 3\Omega t) \cos \omega_0 t.$$

Решение. Имеем $U_c = 100$ В. При $t = 0$ будем иметь

$$U_{m \max} = 100 + 30 + 20 = 150 \text{ В},$$

откуда

$$U_v = U_{m \max} - U_c = 50 \text{ В}.$$

При $\Omega t = \pi$ будем иметь

$$U_{m \min} = 100 - 30 - 20 = 50 \text{ В},$$

откуда

$$U_n = U_c - U_{m \min} = 50 \text{ В}.$$

Модуляция симметричная, $M = \frac{50}{100} = 0,5$ или 50 %. Парциальные коэффициенты модуляции:

$$\begin{aligned} \text{для частоты } \Omega & M_\Omega = \frac{30}{100} = 0,3, \\ \text{для частоты } 3\Omega & M_{3\Omega} = \frac{20}{100} = 0,2. \end{aligned}$$

§ 6.3. Обобщение комплексного метода на АМ колебания

Перейдем к анализу воздействия АМ колебаний на колебательные контуры и элементы этих контуров. Посмотрим, можно ли для нахождения токов и напряжений в цепях, на которые воздействуют АМ колебания, пользоваться обычным комплексным методом.

Рассмотрим вначале воздействие АМ колебаний на конденсатор.

Пусть к конденсатору C приложено АМ напряжение

$$u = U_m(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Как известно, ток, протекающий через конденсатор, равен $i = C \frac{du}{dt}$, или в нашем случае

$$i = C \frac{dU_m(t)}{dt} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - \omega_0 C U_m(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Запишем этот ток в комплексной форме

$$\mathbf{I} = \frac{1}{\sqrt{2}} C \frac{dU_m(t)}{dt} e^{i\varphi_0} + \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_0 C U_m(t) e^{i(\varphi_0 + \frac{\pi}{2})}$$

или

$$\mathbf{I} = \frac{1}{U_m(t)} \cdot \frac{dU_m(t)}{dt} CU + i\omega_0 CU, \quad (6.6)$$

где $\mathbf{U} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m(t) e^{i\varphi_0}$ — напряжение АМ колебания в комплексной форме.

Величина $\frac{1}{U_m(t)} \cdot \frac{dU_m(t)}{dt}$ характеризует относительную скорость изменения амплитуды напряжения.

Обозначим ее

$$\boxed{\gamma_u = \frac{1}{U_m(t)} \cdot \frac{dU_m(t)}{dt}}. \quad (6.7)$$

После этого можем окончательно переписать выражение (6.6) в виде

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{\mathbf{I} = \mathbf{U} \mathbf{Y}_C}, \\ \boxed{\mathbf{Y}_C = \gamma_u C + i\omega_0 C}. \end{array} \right\} \quad (6.8)$$

где

Амплитуда тока будет равна

$$\boxed{I_m(t) = U_m(t) Y_C}$$

где

$$\boxed{Y_C = C \sqrt{\gamma_u^2 + \omega_0^2}}. \quad (6.9)$$

Формула (6.8) показывает, что если амплитуда напряжения, воздействующего на конденсатор, меняется, то проводимость \mathbf{Y}_C будет иметь активную составляющую $g_C = \gamma_u C$.

Эта активная составляющая положительна, когда амплитуда напряжения возрастает, и отрицательна, когда амплитуда напряжения убывает.

Если в ф-лах (6.8) и (6.9) можно пренебречь γ_u по сравнению с ω_0 , то соотношение между током и напряжением становится таким же, как в обычном комплексном методе.

Выясним, когда это имеет место. Для этого найдем порядок величины γ_u .

Возьмем простейшее амплитудно-модулированное колебание (6.5). Амплитуда этого колебания равна

$$U_m(t) = U_c [1 + M_1 \cos(\Omega_1 t + \Phi_1)],$$

откуда

$$\frac{dU_m(t)}{dt} = -U_c \Omega_1 M_1 \sin(\Omega_1 t + \Phi_1)$$

и

$$\gamma_u = \frac{-\Omega_1 M_1 \sin(\Omega_1 t + \Phi_1)}{1 + M_1 \cos(\Omega_1 t + \Phi_1)}.$$

Максимальное значение γ_u может быть найдено обычным образом. Это значение равно

$$\gamma_{u \text{ макс}} = \frac{\Omega_1 M_1}{\sqrt{1 - M_1^2}}.$$

Минимальное значение γ_u равняется этому же выражению с обратным знаком.

При $M = 1$ $\gamma_{u \text{ макс}} = \infty$. Это получается потому, что при таком коэффициенте модуляции в некоторые моменты времени амплитуда $U_m(t)$ становится равной нулю.

В табл. 6.1 приведены величины $\gamma_{u \text{ макс}}$, подсчитанные для различных значений коэффициента модуляции M_1 . Как видно из таблицы, максимальное значение величины γ_u одного порядка с модулирующей частотой Ω_1 , если M_1 не близко к единице. Модулирующая частота Ω_1 обычно в десятки и сотни раз меньше высокой частоты ω_0 , поэтому почти всегда в ф-ле (6.9) можно пренебречь γ_u^2 по сравнению с ω_0^2 , и амплитуду тока, протекающего через конденсатор при воздействии на него амплитудно-модулированных колебаний, определять по формуле

$$I_m(t) = \omega_0 C U_m(t).$$

Таблица 6.1

| | | | | | | |
|---------------------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| M_1 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 0,9 | 0,95 |
| $\gamma_{u \text{ макс}}$ | $0,204\Omega_1$ | $0,436\Omega_1$ | $0,75\Omega_1$ | $1,33\Omega_1$ | $2,06\Omega_1$ | $3,04\Omega_1$ |

Аналогичным способом можно рассмотреть воздействие АМ колебаний на индуктивность.

Пусть через цепь, состоящую из индуктивности L и активного сопротивления r , протекает модулированный по амплитуде ток

$$i = I_m(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.10)$$

Найдем падение напряжения на этой цепи. Оно равно

$$u = ri + L \frac{di}{dt}.$$

Рассуждая аналогично предыдущему, получим, что искомое напряжение в комплексной форме будет равно

$$\mathbf{U} = \mathbf{I} \mathbf{Z}_L,$$

где \mathbf{I} — ток (6.10) в комплексной форме,

$$\mathbf{Z}_L = r + \gamma_i L + i\omega_0 L, \quad (6.11)$$

$$\gamma_i = \frac{1}{I_m(t)} \cdot \frac{dI_m(t)}{dt}. \quad (6.12)$$

Отсюда амплитуда напряжения будет равна

$$U_m(t) = \sqrt{2} U = Z_L I_m(t), \quad (6.13)$$

где

$$Z_L = \sqrt{(r + \gamma_i L)^2 + \omega_0^2 L^2}.$$

Формула (6.11) показывает, что, если амплитуда тока, протекающего через индуктивность, меняется, то сопротивление Z_L имеет дополнительную активную составляющую, равную $\gamma_i L$. Эта активная составляющая положительна, когда амплитуда тока возрастает, и отрицательна, когда амплитуда убывает.

Так же как и для конденсатора, в случае, если γ_i мало, активной составляющей, обусловленной переменной амплитудой, можно пренебречь и находить падение напряжения на катушке индуктивности обычным комплексным методом. Отметим еще, что при малом γ_i можно считать, что для рассмотренной цепи $\gamma_u \approx \gamma_i$. Действительно, в этом случае можно считать, что Z_L постоянно и на основании уравнения (6.13) записать

$$\frac{dU_m(t)}{dt} \approx Z_L \frac{dI_m(t)}{dt};$$

деля это выражение на (6.13), получим $\gamma_u \approx \gamma_i$.

Энергия, которая как бы тратится в активном сопротивлении $\gamma_i L$ за время от t_1 до t_2 , будет равна приращению средней энергии магнитного поля катушки за это время.

Действительно, эта энергия равна

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \gamma_i L I^2 dt &= \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{I_m(t)} \cdot \frac{dI_m(t)}{dt} L \frac{I_m^2(t)}{2} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{L}{2} I_m(t) \frac{dI_m(t)}{dt} dt = \\ &= \left[\frac{L}{4} I_m^2(t) \right]_{t_1}^{t_2} = (\overline{W}_m)_{t=t_2} - (\overline{W}_m)_{t=t_1}, \end{aligned}$$

где $\overline{W}_m = \frac{L I^2}{2} = \frac{L I_m^2(t)}{4}$ — средняя за период энергия магнитного поля катушки.

Совершенно аналогично можно показать, что энергия, которая как бы тратится в активной проводимости $\gamma_u C$ конденсатора за некоторое время от t_1 до t_2 , равна приращению средней энергии поля конденсатора за это время.

Наконец, если АМ ток \mathbf{I} протекает через активное сопротивление r , то, как легко убедиться, во всех случаях справедливо равенство

$$\mathbf{U} = \mathbf{I}r,$$

где \mathbf{U} — падение напряжения на сопротивлении r .

Применим полученные выражения для отыскания тока в неразветвленной цепи параллельного колебательного контура при воздействии

на него АМ напряжения. Выведенные здесь формулы будут нам нужны при исследовании генератора синусоидальных колебаний.

Пусть одна ветвь контура содержит индуктивность L и активное сопротивление r , а другая — емкость C . При этом мы считаем для простоты, что в емкостной ветви нет активного сопротивления. Это допущение не изменяет окончательных формул. В этом случае с учетом ф-л (6.8) и (6.11) схема замещения контура будет соответствовать рис. 6.2.

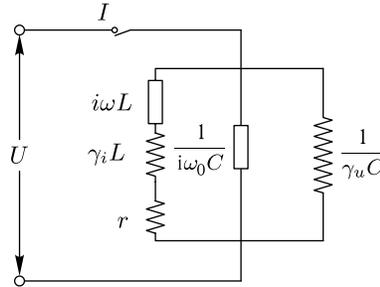


Рис. 6.2. Схема замещения параллельного колебательного контура при амплитудно-модулированных колебаниях

Пусть на контур действует АМ напряжение

$$u = U_m(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

и контур настроен в резонанс на частоту ω_0 . Сопротивление вместе взятых левой и средней ветвей, в соответствии с ф-лой (5.10) будет равно

$$\frac{x_{1,2p}^2}{r + \gamma_i L} = \frac{(\omega_0 L)^2}{r + \gamma_u L},$$

поскольку для индуктивной ветви, как было показано, можно считать $\gamma_i \approx \gamma_u$. Сопротивление правой ветви равно $\frac{1}{\gamma_u C}$.

Ток \mathbf{I} , протекающий через неразветвленную цепь контура, будет равен

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}}{\frac{\omega_0^2 L^2}{r + \gamma_u L}} + \frac{\mathbf{U}}{\frac{1}{\gamma_u C}}.$$

Преобразуем это выражение:

$$\mathbf{I} = \mathbf{U} \left(\frac{r}{\omega_0^2 L^2} + \frac{\gamma_u}{\omega_0^2 L} \right) + \mathbf{U} \gamma_u C = \frac{\mathbf{U}}{R_{\text{э}}} + \mathbf{U} 2\gamma_u C.$$

Здесь было учтено, что $\frac{\gamma_u}{\omega_0^2 L} = \gamma_u C$, так как $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, и что $\frac{\omega_0^2 L^2}{r} = R_{\text{э}}$.

Из полученного выражения следует, что ток будет в фазе с напряжением и что его амплитуда будет равна

$$I_m(t) = \frac{U_m(t)}{R_{\text{эк}}} + U_m(t) 2C \frac{1}{U_m(t)} \cdot \frac{dU_m(t)}{dt} = \frac{U_m(t)}{R_{\text{эк}}} + 2C \frac{dU_m(t)}{dt}. \quad (6.14)$$

Таким образом, ток в неразветвленной цепи контура равен

$$i = \left[\frac{U_m(t)}{R_{\text{эк}}} + 2C \frac{dU_m(t)}{dt} \right] \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.15)$$

Пример 6.2. Требуется найти ток в неразветвленной ветви параллельного контура с параметрами: $L = 1$ мГн; $C = 1000$ пФ; $r = 10$ Ом при воздействии на него колебания

$$u = 100(1 + 0,5 \cos 10^4 t) \cos 10^6 t \text{ В.}$$

Решение. Резонансная угловая частота контура равна

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-3} 10^3 10^{-12}}} = 10^6 \text{ 1/с.}$$

Таким образом, контур настроен на несущую частоту, поэтому ток через контур можно определить по ф-ле (6.15). Сначала находим

$$R_{\text{эк}} = \frac{L}{Cr} = \frac{10^{-3}}{1000 \cdot 10^{-12} \cdot 10} = 10^5 \text{ Ом}$$

и затем

$$i = \left[\frac{100}{10^5} (1 + 0,5 \cos 10^4 t) - 2 \cdot 1000 \cdot 10^{-12} \cdot 100 \cdot 0,5 \cdot 10^4 \sin 10^4 t \right] \cos 10^6 t = \\ = 10^{-3} (1 + 0,5 \cos 10^4 t - \sin 10^4 t) \cos 10^6 t \text{ А.}$$

Как видно из этого примера, огибающая колебания тока в неразветвленной части контура сильно отличается от огибающей колебания напряжения (на член $\sin 10^4 t$). Это отличие создано за счет дополнительных активных составляющих, появляющихся при модуляции. В данном примере эти составляющие влияли очень заметно потому, что резонансное сопротивление параллельного контура сильно зависит от активных составляющих сопротивления в его ветвях.

§ 6.4. Разложение АМ колебания на колебания несущей и боковых частот

Как было показано, для нахождения токов и напряжений в цепях, на которые воздействуют АМ колебания, не всегда возможно пользоваться обычным комплексным методом, вследствие чего вычисления усложняются.

Для облегчения исследований часто АМ колебание раскладывают на сумму простых синусоидальных колебаний с постоянными амплитудами, а затем, пользуясь методом наложения (суперпозиции), находят токи и напряжения.

Произведем это разложение. Возьмем выражение (6.5) для простейшего амплитудно-модулированного колебания и преобразуем его

$$\begin{aligned}
 u &= U_c [1 + M_1 \cos(\Omega_1 t + \Phi_1)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \\
 &= U_c \left\{ \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{M_1}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega_1)t + \varphi_0 + \Phi_1] + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{M_1}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega_1)t + \varphi_0 - \Phi_1] \right\},
 \end{aligned} \tag{6.16}$$

так как известно, что

$$\begin{aligned}
 \cos(\Omega_1 t + \Phi_1) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) &= \frac{1}{2} \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \Omega_1 t + \Phi_1) + \\
 &+ \frac{1}{2} \cos(\omega_0 t + \varphi_0 - \Omega_1 t - \Phi_1).
 \end{aligned}$$

Таким образом, простейшее АМ колебание (6.5) может быть представлено суммой трех синусоидальных колебаний с постоянными амплитудами, частотами и сдвигами фаз.

Угловые частоты $\omega_0 + \Omega_1$ и $\omega_0 - \Omega_1$ называются соответственно верхней и нижней боковыми угловыми частотами.

Сложное амплитудно-модулированное колебание (6.2) также может быть разложено на сумму простых синусоидальных колебаний методом, аналогичным предыдущему:

$$\begin{aligned}
 u &= U_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n M_\kappa \cos(\Omega_\kappa t + \Phi_\kappa) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \\
 &= U_c \left[\cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \sum_{\kappa=1}^n M_\kappa \cos(\Omega_\kappa t + \Phi_\kappa) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \right] = \\
 &= U_c \left\{ \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \sum_{\kappa=1}^n \frac{M_\kappa}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega_\kappa)t + \varphi_0 + \Phi_\kappa] + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{\kappa=1}^n \frac{M_\kappa}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega_\kappa)t + \varphi_0 - \Phi_\kappa] \right\}.
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

Из этого выражения видно, что АМ колебание может быть представлено суммой n колебаний верхних боковых частот $\omega_0 + \Omega_\kappa$, n колебаний нижних боковых частот $\omega_0 - \Omega_\kappa$ и одного колебания несущей частоты ω_0 .

Разложение АМ колебания на сумму простых синусоидальных колебаний имеет очень большое значение в радиотехнике. Впервые оно было произведено для электрических колебаний М.В. Шулейкиным в 1916 г.

Пример 6.3. Дано амплитудно-модулированное колебание

$$u = 100 \left[1 + 0,8 \cos \left(10^3 t + \frac{\pi}{8} \right) + 0,4 \cos \left(3 \cdot 10^3 t + \frac{\pi}{4} \right) \right] \cos \left(10^5 t + \frac{\pi}{4} \right).$$

Представить его в виде суммы простых синусоидальных колебаний.

На основании ф-лы (6.17) получаем

$$u = 100 \cos \left(10^5 t + \frac{\pi}{4} \right) + 40 \cos \left(1,01 \cdot 10^5 t + \frac{3\pi}{8} \right) + 40 \cos \left(0,99 \cdot 10^5 t + \frac{\pi}{8} \right) + 20 \cos \left(1,03 \cdot 10^5 t + \frac{\pi}{2} \right) + 20 \cos 0,97 \cdot 10^5 t.$$

§ 6.5. Спектральная диаграмма АМ колебания

Сложное колебание, разлагающееся на синусоидальные составляющие, в ряде случаев удобно изображать с помощью так называемой спектральной диаграммы. На этой диаграмме каждая синусоидальная составляющая сложного колебания изображается отрезком (начинающимся на оси абсцисс), длина которого пропорциональна амплитуде синусоидального колебания. Расстояние от отрезка до оси ординат пропорционально частоте колебания. Значение сдвига фаз каждого колебания в случае необходимости пишется возле соответствующего отрезка.

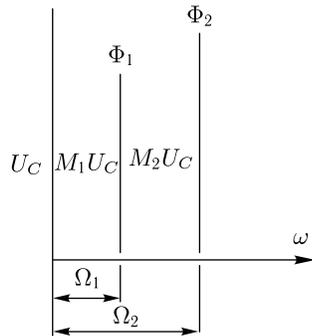


Рис. 6.3. Спектральная диаграмма колебания $u = U_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^2 M_{\kappa} \cos(\Omega_{\kappa} t + \Phi_{\kappa}) \right]$

На рис. 6.3 изображена спектральная диаграмма колебания

$$U_m(t) = U_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^2 M_{\kappa} \cos(\Omega_{\kappa} t + \Phi_{\kappa}) \right]. \tag{6.18}$$

АМ колебание, амплитуда которого изменяется согласно этому выражению, имеет спектральную диаграмму, изображенную на рис. 6.4. Спектральная диаграмма АМ колебания (6.16) приведена на рис. 6.5.

Из рассмотрения спектральных диаграмм видно, что отрезки, соответствующие колебаниям боковых частот, лежат попарно симметрично относительно отрезка, соответствующего колебанию несущей частоты.

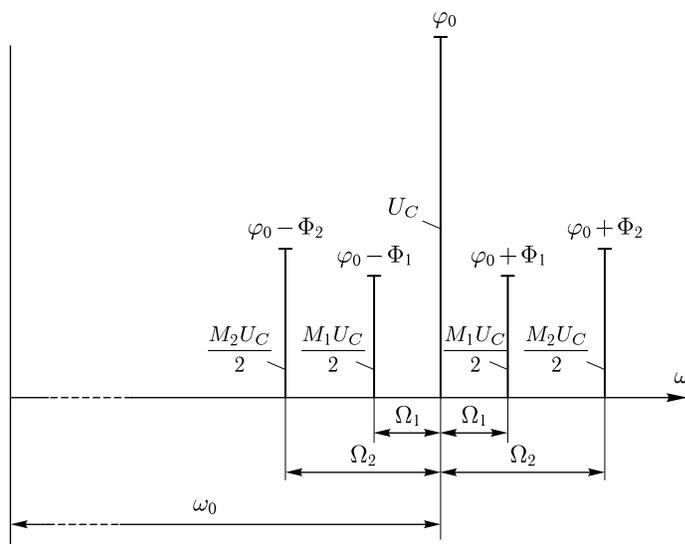


Рис. 6.4. Спектральная диаграмма амплитудно-модулированного колебания. Модуляция производится колебанием, спектральная диаграмма которого изображена на рис. 6.3

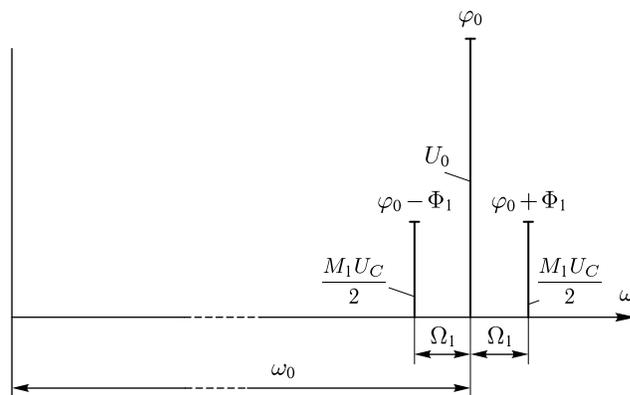


Рис. 6.5. Спектральная диаграмма колебания $u = U_c[1 + M_1 \cos(\Omega_1 t + \Phi_1)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

§ 6.6. Распределение несущих частот радиостанций с амплитудной модуляцией

На земном шаре одновременно работает огромное число радиостанций с амплитудной модуляцией. Радиоприемное устройство выделяет с помощью резонансных систем из всех колебаний, наведенных

в антенне, колебания несущей и боковых частот той станции, которую желательно принять.

Для того, чтобы эта задача могла быть осуществлена с помощью резонансных систем, необходимо несущие частоты станций выбирать так, чтобы спектр частот одной станции не накладывался на спектр частот другой, соседней по частоте станции. Это иллюстрируется рис. 6.6, на котором изображены спектральные диаграммы трех радиостанций. Станции *I* и *II* можно принять отдельно, отделив их спектры с помощью резонансных систем. Станции *II* и *III* отдельно, обычным методом, принять не удастся, так как их спектры частично наложены друг на друга.

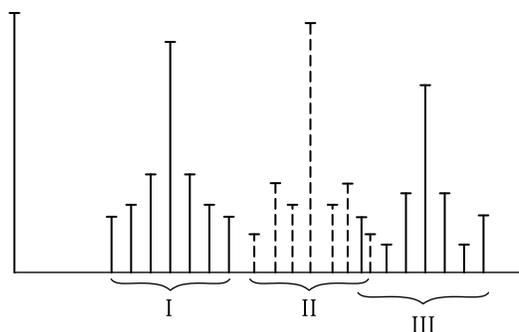


Рис. 6.6. Спектральные диаграммы амплитудно-модулированных колебаний от трех станций. Спектры станций *II* и *III* накладываются друг на друга

Из сказанного вытекает следующее правило: для предупреждения взаимных помех несущие частоты соседних по частоте станций нужно выбирать так, чтобы разность между этими частотами была не меньше удвоенной максимальной частоты модуляции. Обычно эту разность берут несколько больше удвоенной максимальной модулирующей частоты, чтобы резонансные системы приемников были в состоянии разделить смежные боковые частоты соседних по частоте станций.

Исходя из этих соображений, обычно разность между несущими частотами двух соседних по частоте телефонных станций с амплитудной модуляцией берут порядка 10 кГц.

§ 6.7. Векторная диаграмма АМ колебания

Амплитудно-модулированное колебание можно изобразить и с помощью векторной диаграммы.

Возьмем сначала колебание с постоянной амплитудой

$$u = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Это колебание можно представить проекцией вектора \mathbf{U}_m , вращающегося против часовой стрелки с угловой скоростью ω_0 , на горизонтальную ось проекций (рис. 6.7). В момент времени $t = 0$ вектор должен составлять с осью проекций угол φ_0 .

Однако удобнее представить вектор \mathbf{U}_m неподвижным, а ось проекций вращающейся по часовой стрелке с угловой скоростью ω_0 . Угол между вектором \mathbf{U}_m и горизонтальной осью в этом случае должен быть равен φ_0 , а угол между горизонтальной осью и вращающейся осью проекций равен $\omega_0 t$ (рис 6.8).

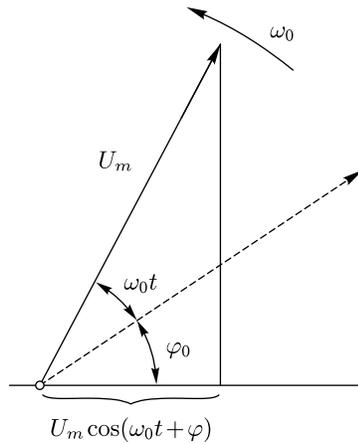


Рис. 6.7. Векторная диаграмма амплитудно-модулированного колебания. Ось проекций неподвижна

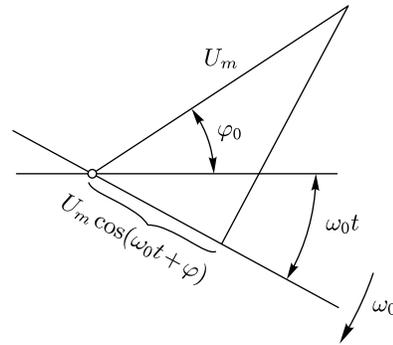


Рис. 6.8. Векторная диаграмма амплитудно-модулированного колебания. Ось проекций вращается с угловой скоростью ω_0

АМ колебание также может быть представлено векторными диаграммами, изображенными на рис. 6.7 и 6.8, с той лишь разницей, что длина вектора \mathbf{U}_m должна меняться во времени в соответствии с изменением амплитуды колебаний высокой частоты.

Рассмотрим векторную диаграмму колебаний несущей и боковых частот АМ колебаний (6.16), считая, что ось проекций будет вращаться по часовой стрелке с угловой скоростью ω_0 , равной несущей частоте, составляя с горизонтальной осью угол $\omega_0 t$ (рис. 6.9). На диаграмме \overline{OA} — вектор колебания несущей частоты. Этот вектор неподвижен, длина его равна U_c ; он составляет с горизонтальной осью угол φ_0 .

Вектор колебания верхней боковой частоты должен быть таким, чтобы его проекция на вращающуюся ось была равна колебанию верхней боковой частоты, т. е. величине

$$U_c \frac{M_1}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega_1)t + \varphi_0 + \Phi_1].$$

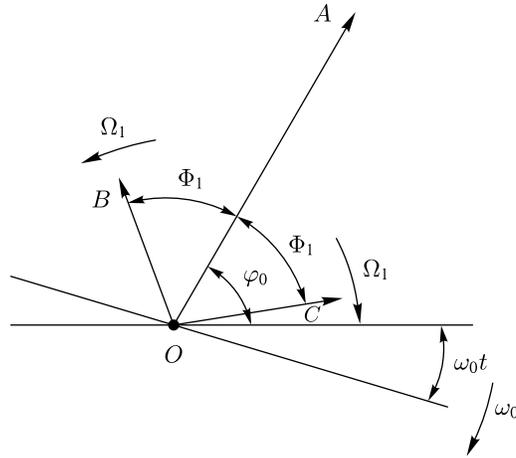


Рис. 6.9. Векторная диаграмма колебаний несущей (\overline{OA}) и боковых (\overline{OB} и \overline{OC}) частот

Поэтому длина вектора должна равняться величине $U_c \frac{M_1}{2}$, и он должен составлять с осью проекций угол $(\omega_0 t + \Omega_1 t + \varphi_0 + \Phi_1)$. Так как ось проекций отклонена от горизонтальной оси по часовой стрелке на угол $\omega_0 t$, то вектор колебания верхней боковой частоты должен быть отклонен от горизонтальной оси против часовой стрелки на угол $\Omega_1 t + \varphi_0 + \Phi_1$. Таким образом, в момент времени $t = 0$ он будет составлять с горизонтальной осью угол $\varphi_0 + \Phi_1$ и вращаться против часовой стрелки с угловой скоростью Ω_1 . Этот вектор изображен на рис. 6.9 отрезком \overline{OB} .

Проекция вектора колебания нижней боковой частоты на вращающуюся ось проекций должна быть равна

$$U_c \frac{M_1}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega_1)t + \varphi_0 - \Phi_1].$$

Таким образом, вектор должен иметь длину $U_c \frac{M_1}{2}$ и составлять с осью проекций угол $(\omega_0 - \Omega_1)t + \varphi_0 - \Phi_1$, а с горизонтальной осью угол $-\Omega_1 t + \varphi_0 - \Phi_1$. В момент времени $t = 0$ он будет составлять с горизонтальной осью угол $\varphi_0 - \Phi_1$ и вращаться по часовой стрелке с угловой частотой Ω_1 . Вектор колебания нижней боковой частоты изображен на рис. 6.9 отрезком \overline{OC} .

Как видно из рис. 6.9, векторы боковых частот будут вращаться в разные стороны, всегда располагаясь симметрично относительно вектора колебания несущей частоты.

На рис. 6.10 представлена сумма векторов колебаний несущей (вектор \overline{OA}) и боковых частот (векторы \overline{AB} и \overline{AC}) для моментов времени, отличающихся на $1/8$ периода модулирующей частоты Ω_1 . В отличие

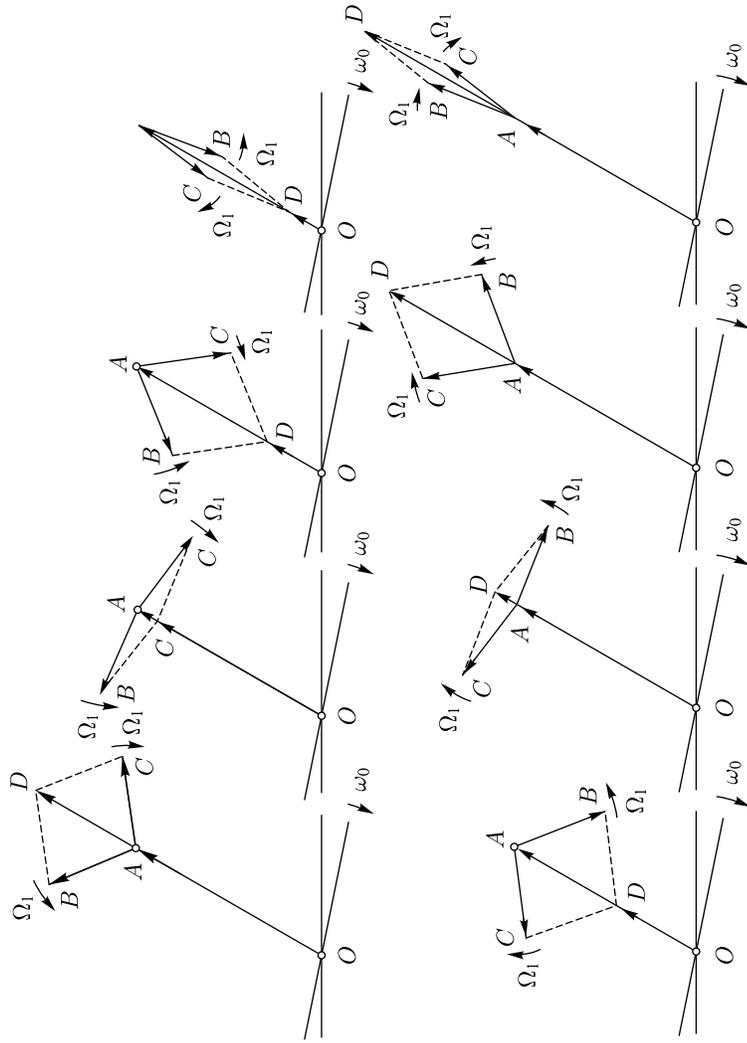


Рис. 6.10. Векторные диаграммы сложения колебаний несущей и боковых частот. Диаграммы приведены через $1/8$ периода модулирующей частоты. Модуляция одной частотой

от рис. 6.9 здесь начала векторов, изображающих колебания боковых частот, перенесены из точки O в точку A . Как видно из рисунка, результирующий вектор \overline{OD} все время сохраняет свое направление, совпадающее с направлением вектора колебания несущей частоты, изменяя лишь свою длину.

На рис. 6.11 изображена векторная диаграмма колебания, амплитуда которого меняется в соответствии с формулой (6.18). Спектральная диаграмма этого колебания представлена на рис. 6.4. В этом случае векторы колебаний боковых частот будут вращаться с угловыми скоростями Ω_1 и Ω_2 и в любой момент времени располагаться симметрично относительно вектора колебания несущей частоты. Результирующий вектор здесь так же, как в предыдущем случае, будет все время сохранять свое направление, совпадающее с направлением вектора колебания несущей частоты.

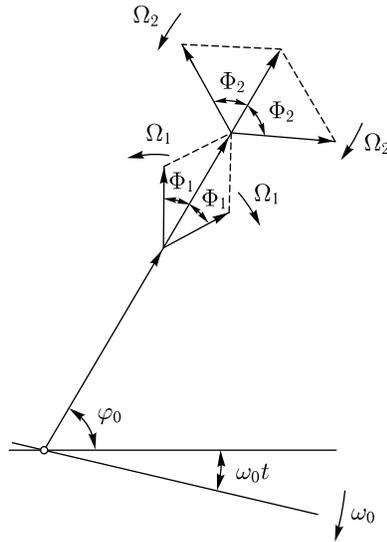


Рис. 6.11. Векторная диаграмма сложения колебаний несущей и боковых частот при модуляции двумя частотами

§ 6.8. Воздействие АМ напряжения на цепь с комплексной проводимостью (общий случай)

Определим ток i в цепи с комплексной проводимостью $Y(\omega)$, величина которой зависит от частоты, при действии на цепь АМ напряжения u .

Для определения тока воспользуемся принципом наложения, для чего: 1) представим АМ напряжение в виде суммы синусоидальных

напряжений с постоянными частотами, амплитудами и сдвигами фаз,
 2) найдем составляющие тока, получающиеся при воздействии на рассматриваемую цепь каждого из этих напряжений в отдельности и затем
 3) найдем общий ток как сумму его составляющих.

Пусть к цепи приложено АМ напряжение (6.16)

$$u = U_c [1 + M_1 \cos(\Omega_1 t + \Phi_1)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_c \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + U_c \frac{M_1}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega_1)t + \varphi_0 + \Phi_1] + U_c \frac{M_1}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega_1)t + \varphi_0 - \Phi_1].$$

Комплексная амплитуда ¹⁾ составляющей этого напряжения частоты ω_0 будет равна

$$U_c e^{i\varphi_0},$$

составляющей боковой частоты $\omega_0 + \Omega_1$

$$U_c \frac{M_1}{2} e^{i(\varphi_0 + \Phi_1)}$$

и боковой частоты $\omega_0 - \Omega_1$

$$U_c \frac{M_1}{2} e^{i(\varphi_0 - \Phi_1)}.$$

Пусть проводимость цепи на частотах ω_0 , $\omega_0 + \Omega_1$, $\omega_0 - \Omega_1$ будет соответственно равна:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(\omega_0) &= Y_0 e^{i\psi_0}; \\ \mathbf{Y}(\omega_0 + \Omega_1) &= Y_1 e^{i\psi_1}; \\ \mathbf{Y}(\omega_0 - \Omega_1) &= Y_{-1} e^{i\psi_{-1}}. \end{aligned}$$

Тогда комплексные амплитуды тока от перечисленных выше составляющих напряжения соответственно будут равны:

на частоте ω_0

$$I_c e^{i\alpha_0} = U_c e^{i\varphi_0} \mathbf{Y}(\omega_0) = U_c Y_0 e^{i(\varphi_0 + \psi_0)}, \quad (6.19)$$

на частоте $\omega_0 + \Omega_1$

$$I_1 e^{i\alpha_1} = U_c \frac{M_1}{2} e^{i(\varphi_0 + \Phi_1)} \mathbf{Y}(\omega_0 + \Omega_1) = U_c \frac{M_1}{2} Y_1 e^{i(\varphi_0 + \Phi_1 + \psi_1)}, \quad (6.20)$$

¹⁾ Комплексной амплитудой синусоидального колебания

$$U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

мы будем называть величину

$$\mathbf{U}_m = U_m e^{i\varphi_0} = \sqrt{2} \mathbf{U},$$

где

$$\mathbf{U} = U e^{i\varphi_0} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{i\varphi_0}$$

— выражение этого колебания в комплексной форме.

на частоте $\omega_0 - \Omega_1$

$$I_{-1} e^{i\alpha_{-1}} = U_c \frac{M_1}{2} e^{i(\varphi_0 - \Phi_1)} \mathbf{Y}(\omega_0 - \Omega_1) = U_c \frac{M_1}{2} Y_{-1} e^{i(\varphi_0 - \Phi_1 + \psi_{-1})}. \quad (6.21)$$

Ток i в цепи будет состоять из суммы токов с указанными комплексными амплитудами и частотами

$$i = I_c \cos(\omega_0 t + \alpha_0) + I_1 \cos[(\omega_0 + \Omega_1)t + \alpha_1] + I_{-1} \cos[(\omega_0 - \Omega_1)t + \alpha_{-1}], \quad (6.22)$$

где, как видно из выражений (6.19), (6.20) и (6.21):

$$\begin{aligned} I_c &= U_c Y_0 & \alpha_0 &= \varphi_0 + \psi_0, \\ I_1 &= U_c \frac{M_1}{2} Y_1 & \alpha_1 &= \varphi_0 + \Phi_1 + \psi_1, \\ I_{-1} &= U_c \frac{M_1}{2} Y_{-1} & \alpha_{-1} &= \varphi_0 - \Phi_1 + \psi_{-1}. \end{aligned}$$

Чтобы представить себе изменение тока (6.22), изобразим его на векторной диаграмме.

Если принять, что ось проекций будет вращаться с угловой скоростью ω_0 и составлять с горизонтальной осью угол $-\omega_0 t$, то вектор \overline{OA} на рис. 6.12 будет изображать колебание несущей частоты. Он будет неподвижен относительно горизонтальной оси и составляет с ней угол α_0 . Длина этого вектора равна I_0 . \overline{AB} и \overline{AC} — векторы колебаний верхней и нижней боковых частот.

Длины этих векторов соответственно равны I_1 и I_{-1} , а углы, которые они составляют с горизонтальной осью в момент времени $t = t_1$, равны $\Omega_1 t_1 + \alpha_1$ и $-\Omega_1 t_1 + \alpha_{-1}$. Вектор \overline{AB} будет вращаться с угловой скоростью Ω_1 против часовой стрелки, вектор \overline{AC} с той же скоростью по часовой стрелке.

Суммарное колебание тока в момент t_1 будет изображаться вектором \overline{OD} .

Векторы $\overline{AB'}$, $\overline{AC'}$ и $\overline{OD'}$ представляют те же колебания для некоторого момента времени $t_2 > t_1$, при этом векторы колебаний боковых частот успели повернуться в разных направлениях на один и тот же угол $\Omega_1(t_2 - t_1)$. Можно убедиться, что при таком вращении векторов \overline{AB} и \overline{AC} конец результирующего вектора \overline{DO} будет перемещаться по эллипсу.

Направление вектора \overline{AD} будет совпадать с направлением большой полуоси эллипса тогда, когда векторы колебаний боковых частот, вращаясь, совпадут по направлению. Длина большой полуоси эллипса, очевидно, будет равна $I_1 + I_{-1}$. Направление вектора \overline{AD} будет совпадать с направлением малой полуоси эллипса тогда, когда векторы боковых частот примут противоположные направления. Длина малой полуоси поэтому будет равна $|I_1 - I_{-1}|$.

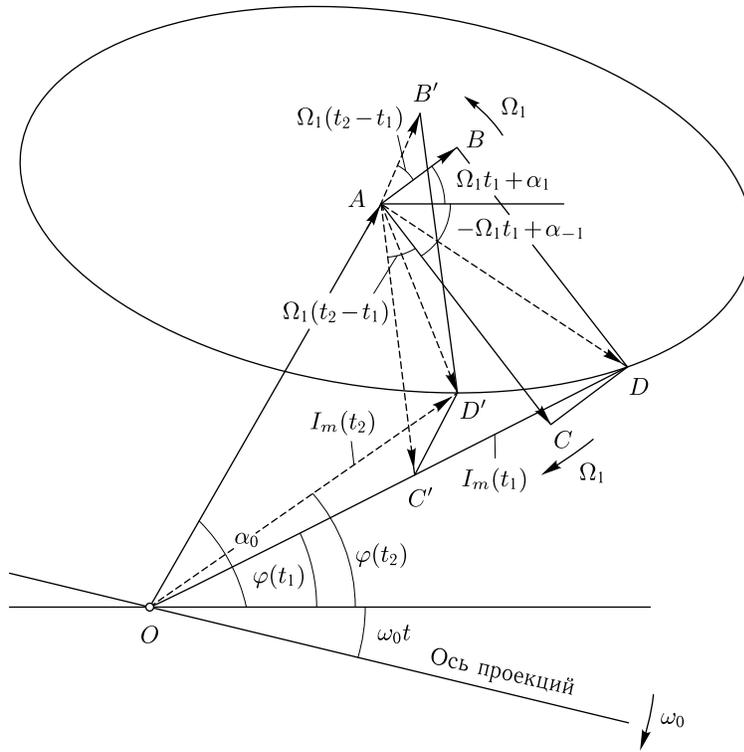


Рис. 6.12. Векторная диаграмма сложения колебаний тока несущей и боковых частот при воздействии синусоидального АМ колебания на цепь, проводимость которой различна для этих частот. \overline{OA} — вектор колебания несущей, \overline{AB} и \overline{AC} — векторы колебаний боковых частот, \overline{OD} — результирующий вектор в момент t_1 ; $\overline{AB'}$, $\overline{AC'}$, $\overline{OD'}$ — то же, в момент времени t_2

Ток i определится проекцией вектора \overline{OD} на вращающуюся ось проекций. Обозначая длину вектора \overline{OD} через $I_m(t)$ (так как она будет зависеть от времени) и учитывая, что угол между этим вектором и осью проекций равен $\omega_0 t + \varphi(t)$, где $\varphi(t)$ — угол между вектором \overline{OD} и горизонтальной осью, можно записать, что

$$i = I_m(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)].$$

Таким образом, ток i будет иметь переменную амплитуду $I_m(t)$ и переменный сдвиг фаз $\varphi(t)$.

На рис. 6.13 изображена, зависимость $I_m(t)$ и $\varphi(t)$ от времени, построенная на основании векторной диаграммы рис. 6.12. Как видно из рисунка, амплитуда тока в этом случае меняется несинусоидально, т. е. закон амплитудной модуляции тока будет искаженным по сравнению

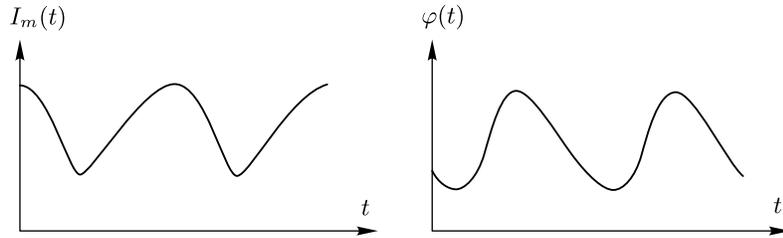


Рис. 6.13. Амплитуда $I_m(t)$ и сдвиг фаз $\varphi(t)$ результирующего тока, соответствующего векторной диаграмме рис. 6.12

с законом модуляции напряжения. Кроме того, этот ток, в отличие от напряжения, действующего на схему, имеет переменный, зависящий от времени сдвиг фаз $\varphi(t)$.

В более сложных случаях, когда напряжение, воздействующее на цепь с комплексной проводимостью, модулировано несколькими частотами, наблюдаются аналогичные явления. $I_m(t)$ и $\varphi(t)$ в этом случае также могут быть определены графически аналогичным методом.

§ 6.9. Воздействие АМ напряжения на цепь, проводимость которой имеет симметричные значения относительно несущей частоты

Рассмотрим воздействие амплитудно-модулированного напряжения на цепь, проводимость которой для несущей и боковых частот АМ колебания соответственно равна:

$$\left. \begin{aligned} Y(\omega_0) &= Y_0 e^{i\alpha_0}, \\ Y(\omega_0 + \Omega_\kappa) &= Y_\kappa e^{i(\alpha_0 + \alpha_\kappa)}, \\ Y(\omega_0 - \Omega_\kappa) &= Y_\kappa e^{i(\alpha_0 - \alpha_\kappa)}. \end{aligned} \right\} \quad (6.23)$$

Такой проводимостью обладают многие цепи и в том числе колебательные контуры при условии, что их резонансная частота ω_p равна несущей частоте ω_0 (см. § 4.3 и § 5.3).

Рассмотрим сначала простейший случай, когда напряжение равно

$$\begin{aligned} u &= U_c [1 + M_1 \cos(\Omega_1 t + \Phi_1)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_c \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \\ &+ U_c \frac{M_1}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega_1)t + \varphi_0 + \Phi_1] + U_c \frac{M_1}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega_1)t + \\ &+ \varphi_0 - \Phi_1]. \end{aligned} \quad (6.24)$$

Учтя выражение (6.23), определим ток, протекающий в цепи. Очевидно он будет равен

$$\begin{aligned}
 i &= Y_0 U_c \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \alpha_0) + Y_1 U_c \frac{M_1}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega_1)t + \varphi_0 + \Phi_1 + \\
 &\quad + \alpha_0 + \alpha_1] + Y_1 U_c \frac{M_1}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega_1)t + \varphi_0 - \Phi_1 + \alpha_0 - \alpha_1] = \\
 &= Y_0 U_c \left\{ \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \alpha_0) + \frac{Y_1}{Y_0} \frac{M_1}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega_1)t + \varphi_0 + \alpha_0 + \right. \\
 &\quad \left. + (\Phi_1 + \alpha_1)] + \frac{Y_1}{Y_0} \frac{M_1}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega_1)t + \varphi_0 + \alpha_0 - (\Phi_1 + \alpha_1)] \right\}.
 \end{aligned}$$

Сравнивая это выражение с (6.16), можно видеть, что оно сведется к следующему:

$$i = I_c [1 + M_1' \cos(\Omega_1 t + \Phi_1')] \cos(\omega_0 t + \varphi_0').$$

Здесь

$$I_c = Y_0 U_c,$$

$$M_1' = \frac{Y_1}{Y_0} M_1,$$

$$\Phi_1' = \Phi_1 + \alpha_1,$$

$$\varphi_0' = \varphi_0 + \alpha_0.$$

Таким образом, в этом случае ток также будет АМ колебанием, среднее значение амплитуды которого I_c будет определяться проводимостью на частоте несущей. Коэффициент модуляции тока будет больше, чем коэффициент модуляции напряжения, если модуль проводимости на боковой частоте Y_1 будет больше, чем модуль проводимости на несущей частоте Y_0 . Это объясняется тем, что в этом случае колебания боковых частот будут увеличиваться в большее число раз, чем колебание несущей частоты. Если $Y_1 < Y_0$, то картина будет обратной.

Сдвиг фаз высокочастотного колебания тока относительно высокочастотного колебания напряжения $\varphi_0' - \varphi_0 = \alpha_0$ равен аргументу проводимости на несущей частоте.

Наконец, сдвиг фаз модулирующего колебания тока по отношению к сдвигу фаз модулирующего колебания напряжения $\Phi_1' - \Phi_1 = \alpha_1$ равен разности аргументов проводимости на верхней боковой частоте ($\alpha_0 + \alpha_1$) и на несущей частоте (α_0).

Если к рассматриваемой цепи приложено напряжение, модулированное одновременно несколькими частотами, то аналогично предыдущему

можно показать, что ток будет равен

$$i = I_c \left[\sum_{\kappa=1}^n M'_\kappa \cos(\Omega_\kappa t + \Phi'_\kappa) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi'_0). \quad (6.25)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} I_c &= U_c Y_0 \\ M'_\kappa &= M_\kappa \frac{Y_\kappa}{Y_0} \\ \Phi'_\kappa &= \Phi_\kappa + \alpha_\kappa \\ \varphi'_0 &= \varphi_0 + \alpha_0 \end{aligned} \right\} \quad (6.25a)$$

Из выражений (6.24) и (6.25) видно, что в данном случае ток будет АМ колебанием с постоянным сдвигом фаз. Парциальные коэффициенты модуляции тока M'_κ будут отличаться от соответствующих парциальных коэффициентов модуляции напряжения M_κ в $\frac{Y_\kappa}{Y_0}$ раз, а огибающие различных частот модуляции, которые в сумме дают огибающую амплитуд тока, будут сдвинуты относительно соответствующих огибающих напряжения на углы α_κ , причем эти сдвиги фаз различны для разных частот модуляции Ω_κ . Это приведет к тому, что огибающая амплитуд тока не будет соответствовать огибающей амплитуд напряжения, т.е. появятся искажения. «Вписанные» между огибающими колебания высокой частоты тока и напряжения будут сдвинуты друг относительно друга на угол α_0 .

§ 6.10. Обобщение результатов, полученных в предыдущих параграфах

В предыдущих параграфах этой главы мы определяли ток, протекающий через некоторую цепь с заданной комплексной проводимостью при воздействии на эту цепь АМ напряжения. Часто бывает нужно решить обратную задачу: при известном АМ токе, протекающем по некоторой цепи, требуется найти падение напряжения на этой цепи.

Эту задачу можно решать совершенно аналогично предыдущей. Ток разлагают на составляющие несущей и боковых частот, а затем умножают составляющие тока, выраженные в комплексной форме, на полное сопротивление цепи (вместо проводимости), выраженное также в комплексной форме и взятое для соответствующих частот. Полученные падения напряжения складывают или с помощью векторной диаграммы или, переведя их в мгновенные значения, аналитически.

Таким образом, в этом случае вся математическая процедура остается прежней, но вместо напряжений будут токи, вместо проводимостей — сопротивления и вместо токов — напряжения.

Полученные в предыдущих параграфах общие результаты справедливы и для данного случая. В частности, если через цепь с комплексным сопротивлением, различным для несущей и боковых частот, протекает амплитудно-модулированный ток

$$i = I_c [1 + M_1 \cos(\Omega_1 t + \Phi_1)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

то в общем случае конец вектора падения напряжения на этой цепи будет перемещаться по эллипсу аналогично рис. 6.12.

Аналогично § 6.9 можно показать, что если ток

$$i = I_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n M_\kappa \cos(\Omega_\kappa t + \Phi_\kappa) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

протекает по сопротивлению, величина которого для несущей и боковых частот соответственно равна:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(\omega_0) &= Z_0 e^{i\alpha_0}, \\ \mathbf{Z}(\omega_0 + \Omega_\kappa) &= Z_\kappa e^{i(\alpha_0 + \alpha_\kappa)}, \\ \mathbf{Z}(\omega_0 - \Omega_\kappa) &= Z_\kappa e^{i(\alpha_0 - \alpha_\kappa)}, \end{aligned}$$

то падение напряжения на нем будет равно:

$$u = U_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n M'_\kappa \cos(\Omega_\kappa t + \Phi'_\kappa) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi'_0), \quad (6.26)$$

где

$$\begin{aligned} U_c &= Z_0 I_c, \quad M'_\kappa = \frac{Z_\kappa}{Z_0} M_\kappa, \\ \Phi'_\kappa &= \Phi_\kappa + \alpha_\kappa, \quad \varphi'_0 = \varphi_0 + \alpha_0. \end{aligned}$$

Иногда бывает нужно найти падение напряжения на некотором сопротивлении под действием амплитудно-модулированной эдс. В этом случае сначала находят напряжение \mathbf{U} на этом сопротивлении под действием синусоидальной немодулированной эдс \mathbf{E} и вводят понятие комплексного коэффициента передачи

$$\mathbf{K}(\omega) = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{E}}.$$

Комплексный коэффициент передачи, вообще говоря, будет зависеть от частоты электродвижущей силы.

Чтобы найти падение напряжения под действием амплитудно-модулированной эдс, ее разлагают на составляющие несущей и боковых частот, затем, умножая эти составляющие, выраженные в комплексной форме, на комплексные коэффициенты передачи для соответствующих частот, находят составляющие падения напряжения. Полученные падения напряжения складывают и находят результирующее напряжение. Таким образом, в этом случае вся математическая процедура остается

прежней, только вместо напряжений берутся эдс, вместо проводимостей — комплексные коэффициенты передачи и вместо токов — падения напряжения.

§ 6.11. Воздействие АМ эдс на последовательный колебательный контур

Найдем ток в последовательном колебательном контуре (рис. 6.14) и напряжения на его элементах при воздействии на контур амплитудно-модулированной эдс, несущая частота которой ω_0 равна резонансной частоте контура ω_p .

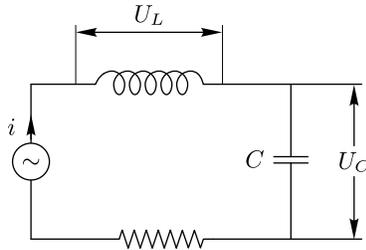


Рис. 6.14. Последовательный колебательный контур

Пусть эдс равна

$$E = E_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n M_{e\kappa} \cos(\Omega_\kappa t + \Phi_\kappa) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.27)$$

Проводимость контура для несущей частоты будет равна

$$Y(\omega_0) = \frac{1}{r}, \quad (6.28)$$

для κ -й верхней боковой частоты

$$Y(\omega_0 + \Omega_\kappa) = \frac{1}{r\sqrt{1 + \xi_\kappa^2}} e^{-i\beta_\kappa} \quad (6.29)$$

и для κ -й нижней боковой частоты

$$Y(\omega_0 - \Omega_\kappa) = \frac{1}{r\sqrt{1 + \xi_{-\kappa}^2}} e^{-i\beta_{-\kappa}}. \quad (6.30)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \xi_\kappa &= Q\nu_\kappa = 2Q \frac{\omega_0 + \Omega_\kappa - \omega_0}{\omega_0} = 2Q \frac{\Omega_\kappa}{\omega_0}; \\ \xi_{-\kappa} &= Q\nu_{-\kappa} = 2Q \frac{\omega_0 - \Omega_\kappa - \omega_0}{\omega_0} = -2Q \frac{\Omega_\kappa}{\omega_0}, \\ \beta_\kappa &= \arctg \xi_\kappa, \\ \beta_{-\kappa} &= \arctg \xi_{-\kappa} = -\arctg \xi_\kappa. \end{aligned}$$

Поскольку

$$\xi_\kappa = -\xi_{-\kappa} \quad \text{и} \quad \beta_\kappa = -\beta_{-\kappa},$$

выражения (6.29) и (6.30) можно записать так:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}(\omega_0 + \Omega_\kappa) &= \frac{1}{r\sqrt{1 + \xi_\kappa^2}} e^{-i\beta_\kappa}, \\ \mathbf{Y}(\omega_0 - \Omega_\kappa) &= \frac{1}{r\sqrt{1 + \xi_\kappa^2}} e^{i\beta_\kappa}. \end{aligned} \right\} \quad (6.31)$$

Таким образом, рассматриваемая нами задача является частным случаем задачи, рассмотренной в § 6.9, и выражение для тока может быть непосредственно получено из выражения (6.25).

Для данного случая будем иметь:

$$\begin{aligned} U_c &= E_c, \\ Y_0 &= \frac{1}{r}, \quad Y_\kappa = \frac{1}{r\sqrt{1 + \xi_\kappa^2}}, \\ M_{i\kappa} = M_{e\kappa} &= \frac{Y_\kappa}{Y_0} = \frac{M_{e\kappa}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Omega_\kappa}{\omega_0}\right)^2}}, \\ \alpha_0 &= 0, \quad \alpha_\kappa = -\beta_\kappa. \end{aligned}$$

Поэтому ток в контуре будет равен:

$$i = \frac{E_c}{r} \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n \frac{M_{e\kappa}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Omega_\kappa}{\omega_0}\right)^2}} \cos(\Omega_\kappa t + \Phi_\kappa - \beta_\kappa) \right] \times \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (6.32)$$

где

$$\beta_\kappa = \arctg Q \frac{2\Omega_\kappa}{\omega_0}.$$

Сравнивая ф-лы (6.27) и (6.32), мы видим, что, чем больше Q и $\frac{\Omega_\kappa}{\omega_0}$, тем сильнее ослабляются парциальные коэффициенты модуляции тока $M_{i\kappa}$ по сравнению с парциальными коэффициентами модуляции эдс $M_{e\kappa}$ и тем больше отстают по фазе синусоидальные составляющие огибающей тока по отношению к эдс.

Эти явления происходят потому, что проводимость контура на боковых частотах меньше, чем на несущей частоте и колебания боковых частот ослабляются контуром и сдвигаются по фазе относительно колебания несущей частоты.

Если боковые частоты лежат на границах полосы пропускания, где $\xi_\kappa = \frac{2Q\Omega_\kappa}{\omega_0} = 1$, то

$$\frac{M_{i\kappa}}{M_{e\kappa}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_\kappa^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$$

и

$$\beta_\kappa = \arctg 1 = 45^\circ.$$

На рис. 6.15 изображены временные диаграммы эдс и тока для случая, когда $M_{e1} = 0,8$ и $\xi_1 = Q \frac{2\Omega_1}{\omega_0} = 1$.

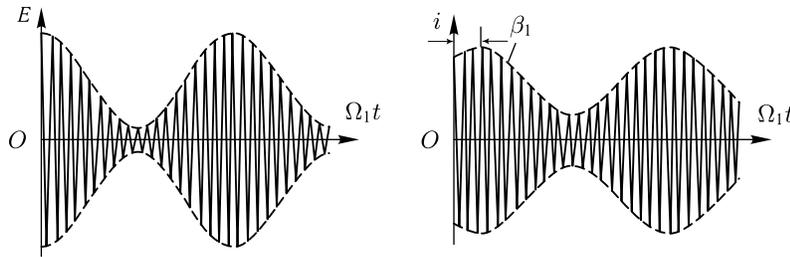


Рис. 6.15. Эдс и ток в последовательном колебательном контуре. $M_{e1} = 0,8$; $\xi = 1$

На рис. 6.16 приведены векторные диаграммы эдс и тока, построенные для того же случая.

На рис. 6.17а приведена временная диаграмма эдс

$$E = E_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^2 M_{e\kappa} \cos(\Omega_\kappa t + \Phi_\kappa) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

причем

$$\begin{aligned} \Omega_2 &= 2\Omega_1, & \Phi_1 &= \Phi_2 = 0, \\ M_{e1} &= 0,8, & M_{e2} &= 0,5. \end{aligned}$$

На рис. 6.17б, в, г изображены временные диаграммы тока для случаев, когда $\xi_1 = Q \frac{2\Omega_1}{\omega_0}$ и $\xi_2 = Q \frac{2\Omega_2}{\omega_0}$ соответственно равны 0,5 и 1 (рис. 6.17б), 1 и 2 (рис. 6.17в) и 2 и 4 (рис. 6.17г).

Из рисунков видно, что чем больше значения относительных расстройок ξ_1 и ξ_2 , т. е. чем больше добротность контура или модулирующие частоты, тем сильнее отличается форма огибающей тока от огибающей эдс. Это объясняется тем, что разные боковые частоты по-разному ослабляются контуром и приобретают различные сдвиги фаз, в результате чего форма огибающей тока получается искаженной, что не имело места при модуляции одной частотой (рис. 6.15). Во всех случаях,

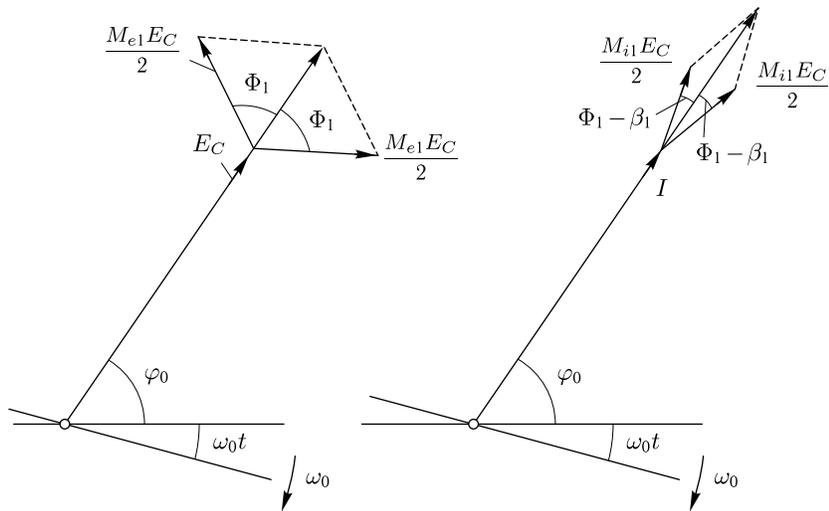


Рис. 6.16. Векторные диаграммы колебаний несущих и боковых частот эдс и тока в последовательном контуре. $M_{e1} = 0,8$; $\xi = 1$.

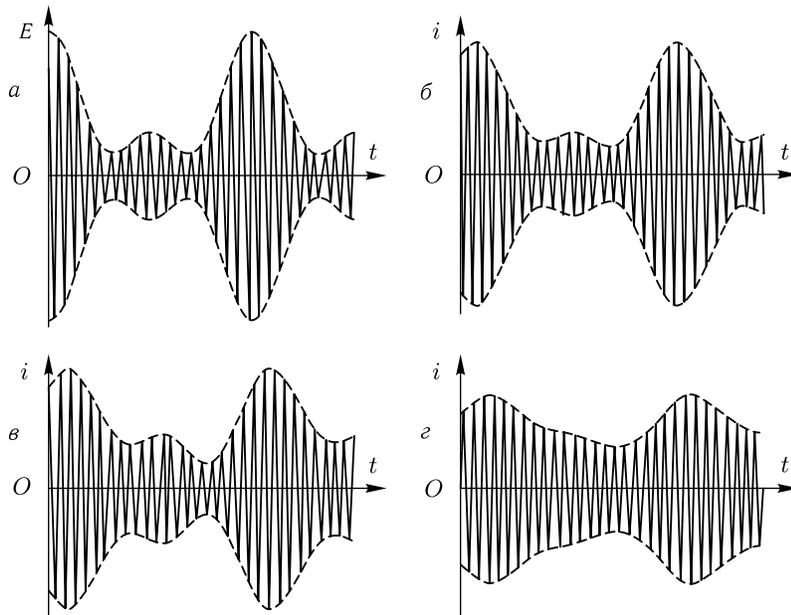


Рис. 6.17. Эдс и ток в последовательном колебательном контуре: а) эдс с параметрами: $\Omega_2 = 2\Omega_1$, $\Phi_1 = \Phi_2 = 0$, $M_{e1} = 0,8$, $M_{e2} = 0,5$; б) ток при $\xi_1 = 0,5$ и $\xi_2 = 1$; в) ток при $\xi_1 = 1$ и $\xi_2 = 2$; г) ток при $\xi_1 = 2$ и $\xi_2 = 4$

когда такие искажения нежелательны, приходится искусственно уменьшать добротность контура и расширять этим его полосу пропускания.

Найдем напряжение на конденсаторе и катушке индуктивности контура. Это можно сделать, определив падение напряжения на этих элементах под действием тока контура (6.32) или воспользовавшись введенными в § 4.6 коэффициентами передачи и непосредственно по ним найти эти напряжения в соответствии с § 6.10.

Мы проведем исследование первым способом.

Сопrotивление конденсатора равно

$$\mathbf{Z}_C = -i \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-i\frac{\pi}{2}}.$$

Поскольку $\Omega_\kappa \ll \omega_0$, модуль этого сопротивления можно принять одинаковым для несущей и для боковых частот и равным

$$Z_C = \frac{1}{\omega_0 C}.$$

Аргумент этого сопротивления практически постоянен и равен $-\frac{\pi}{2}$, поэтому $\alpha_0 = -\frac{\pi}{2}$,

$$\alpha_\kappa = 0.$$

Таким образом, напряжение на конденсаторе равно:

$$u_C = \frac{E_c}{\omega_0 C r} \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n \frac{M_{e\kappa}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Omega_\kappa}{\omega_0} \right)^2}} \cos(\Omega_\kappa t + \Phi_\kappa - \beta_\kappa) \right] \times \\ \times \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right),$$

или

$$u_C = Q E_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n \frac{M_{e\kappa}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Omega_\kappa}{\omega_0} \right)^2}} \cos(\Omega_\kappa t + \Phi_\kappa - \beta_\kappa) \right] \times \\ \times \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Отсюда видно, что среднее значение напряжения будет в Q раз больше среднего значения эдс. Огибающая напряжения на конденсаторе будет повторять огибающую тока с ее искажениями, а вписанная в огибающую напряжения синусоида будет отставать от тока и эдс на 90° .

Сопrotивление катушки индуктивности равно

$$\mathbf{Z}_L = i\omega L = \omega L e^{i\frac{\pi}{2}}.$$

Для данного случая можно принять модуль сопротивления одинаковым для несущей и боковых частот и равным $\omega_0 L$.

В данном случае $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$ и $\alpha_k = 0$.

Поэтому по аналогии с формулой для u_C можно написать:

$$u_L = -QE_c \left[1 + \sum_{k=1}^n \frac{M_{ek}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Omega_k}{\omega_0} \right)^2}} \cos(\Omega_k t + \Phi_k - \beta_k) \right] \times \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Таким образом, u_L отличается от u_C лишь сдвигом фаз вписанного колебания на 180° .

Если контур не настроен точно в резонанс на частоту эдс, т. е. если $\omega_0 \neq \omega_p$, то сопротивление контура для верхней и нижней боковых частот будет различным. Этот случай аналогичен случаю, разобранным в § 6.8. Здесь форма огибающей тока не будет соответствовать форме огибающей эдс, и вписанная синусоида будет иметь переменный сдвиг фаз.

Явления искажения АМ колебаний в контуре можно объяснить и энергетически. Средняя энергия поля индуктивности контура определяется амплитудой тока. Поскольку амплитуда напряжения на конденсаторе при не очень быстрых изменениях амплитуды тока меняется пропорционально последней, что было показано в этом параграфе, а также в § 6.3, то энергия электрического поля конденсатора также определяется амплитудой тока. Поэтому ток может возрасти лишь тогда, когда будет увеличена энергия поля контура. Как мы видели в § 4.7, эта энергия для контура с нормальным Q много больше энергии, отдаваемой источником эдс за период. Поэтому увеличивающаяся эдс не в состоянии быстро увеличить энергию поля контура и, следовательно, амплитуда тока контура будет в своем нарастании запаздывать по отношению к амплитуде эдс. Это мы и наблюдаем на рис. 6.15 и 6.17. При уменьшении эдс энергия поля контура не может сразу израсходоваться, поскольку, как было показано в § 4.7, потеря энергии в контуре за период при нормальном Q много меньше запасенной в нем энергии поля. Таким образом, уменьшение энергии и уменьшение амплитуды тока будет также запаздывать по отношению к уменьшению амплитуды эдс. Эти процессы и приводят к отставанию в изменении амплитуды тока по отношению к амплитуде эдс и к уменьшению коэффициента модуляции тока. Чем быстрее меняется амплитуда, т. е. чем больше Ω_k и чем больше запасенная энергия поля по отношению к подводимой или теряемой энергии за период, т. е. чем больше Q , тем сильнее будут сказываться эти явления.

Пример 6.4. На последовательный колебательный контур действует АМ эдс $E = 0,2(1 + 0,8 \cos 10^4 t) \cos 10^6 t$.

Резонансная частота контура равна несущей частоте эдс.

Чему должна быть равна добротность контура Q , чтобы коэффициент модуляции напряжения на конденсаторе (M_u) отличался не более, чем на 10 % от коэффициента модуляции эдс (M_e).

Решение. На основании (4.30) для области частот, близких к резонансной частоте контура, справедливо равенство:

$$K_c(\omega_0) = K_{cp},$$

$$K_c(\omega_0 - \Omega_1) = K_c(\omega_0 + \Omega_1) = \frac{K_{cp}}{\sqrt{1 + \xi^2}}.$$

где

$$\xi = Q \frac{2(\omega_0 + \Omega_1 - \omega_0)}{\omega_0} = Q \frac{2\Omega_1}{\omega_0}.$$

Поэтому по аналогии с ф-лой (6.25а)

$$M_u = M_e \frac{K_c(\omega_0 + \Omega_1)}{K_c(\omega_0)} = M_e \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} = 0,9 M_e,$$

откуда

$$\xi = \sqrt{\frac{1}{0,9^2} - 1} = 0,484 = \frac{2\Omega_1}{\omega_0} Q,$$

$$Q = \frac{3\omega_0}{2\Omega_1} = \frac{0,484 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^4} = 24,2.$$

§ 6.12. Воздействие АМ напряжения на параллельный колебательный контур

Рассмотрим, как будет изменяться напряжение на параллельном контуре, если через неразветвленную цепь его протекает амплитудно-модулированный ток

$$i = I_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n M_{i\kappa} \cos(\Omega_\kappa t + \Phi_\kappa) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (6.33)$$

и контур настроен в резонанс на частоту ω_0 . В предыдущем параграфе мы отыскивали ток, умножая составляющие эдс (6.27) на проводимости последовательного контура. Сейчас нам нужно для отыскания напряжения на контуре умножить составляющие тока (6.33) на сопротивления параллельного контура, выражения для которых совершенно аналогичны (см. § 5.3) выражениям для проводимостей последовательного контура. По этим причинам результат получается совершенно идентичный предыдущему.

Нетрудно доказать, рассуждая так же, как в § 6.11, что

$$u = R_{\text{эс}} I_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n \frac{M_{i\kappa}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Omega_{\kappa}}{\omega_0} \right)^2}} \cos(\Omega_{\kappa} t + \Phi_{\kappa} - \beta_{\kappa}) \right] \times \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (6.34)$$

где $R_{\text{эс}}$ — резонансное сопротивление контура, Q — его добротность, $\beta_{\kappa} = \text{arctg} \left(Q \frac{2\Omega_{\kappa}}{\omega_0} \right)$.

Формула (6.34) совершенно аналогична ф-ле (6.32). Поэтому все сказанное в предыдущем параграфе о токе в последовательном контуре при воздействии на контур амплитудно-модулированной эдс может быть полностью отнесено к напряжению на параллельном контуре при прохождении через него амплитудно-модулированного тока.

Теперь рассмотрим, как будет изменяться ток в неразветвленной цепи параллельного контура, если к контуру приложено амплитудно-модулированное напряжение

$$u = U_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n M_{u\kappa} \cos(\Omega_{\kappa} t + \Phi_{\kappa}) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi - 0)$$

и контур настроен на несущую частоту этого колебания.

Проводимость параллельного контура для несущей и боковых частот на основании ф-л (5.11) равна:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(\omega_0) &= \frac{1}{\mathbf{Z}(\omega_0)} = \frac{1}{R_{\text{эс}}}, \\ \mathbf{Y}(\omega_0 + \Omega_{\kappa}) &= \frac{1}{\mathbf{Z}(\omega_0 + \Omega_{\kappa})} = \frac{1}{R_{\text{эс}}} \sqrt{1 + \xi_{\kappa}^2} e^{i\beta_{\kappa}}, \\ \mathbf{Y}(\omega_0 - \Omega_{\kappa}) &= \frac{1}{\mathbf{Z}(\omega_0 - \Omega_{\kappa})} = \frac{1}{R_{\text{эс}}} \sqrt{1 + \xi_{\kappa}^2} e^{-i\beta_{\kappa}}, \end{aligned}$$

где

$$\xi_{\kappa} = Q \frac{2\Omega_{\kappa}}{\omega_0}, \quad \beta_{\kappa} = \text{arctg} \xi_{\kappa}.$$

Выражение для тока в этом случае согласно ф-ле (6.25) будет иметь вид

$$i = \frac{U_c}{R_{\text{эс}}} \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Omega_{\kappa}}{\omega_0} \right)^2} M_{u\kappa} \cos(\Omega_{\kappa} t + \Phi_{\kappa} + \beta_{\kappa}) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.35)$$

Из этой формулы следует, что парциальные коэффициенты модуляции тока, протекающего в неразветвленной цепи, в данном случае будут больше парциальных коэффициентов модуляции напряжения, приложенного к контуру в $\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Omega_k}{\omega_0}\right)^2}$ раз. Составляющие огибающей амплитуд тока будут опережать соответствующие напряжения на углы β_k .

Если коэффициент модуляции напряжения $M_{и\kappa}$ достаточно велик, то может получиться так, что величина $M_{i\kappa}$ будет больше единицы. При этом амплитуды боковых частот будут больше половины амплитуды несущей.

На рис. 6.18 приведена векторная диаграмма для такого случая при модуляции одной частотой. Как видно из этого рисунка, равнодействующая векторов боковых частот в некоторые моменты времени будет больше вектора несущей и будет направлена в противоположную ему сторону. В это время направление результирующего вектора будет также обратно вектору несущей.

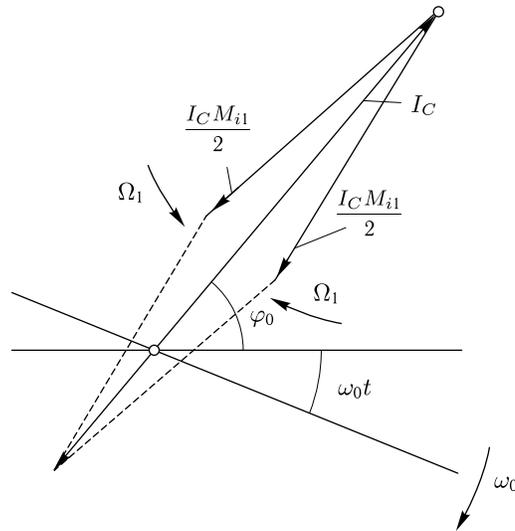


Рис. 6.18. Векторная диаграмма тока в неразветвленной ветви параллельного колебательного контура при $M_{i1} > 1$

При такой модуляции результирующий вектор будет дважды за период менять свое направление на 180° .

На рис. 6.19 приведены временные диаграммы напряжения и тока для аналогичного случая. Они построены в предположении,

что коэффициент модуляции напряжения

$$M_{u1} = 80 \% \text{ и } \xi_1 = Q \frac{2\Omega_1}{\omega_0} = 1,$$

тогда

$$M_{i1} = M_{u1} \sqrt{1 + \xi_1^2} = 0,8 \cdot \sqrt{2} = 1,13.$$

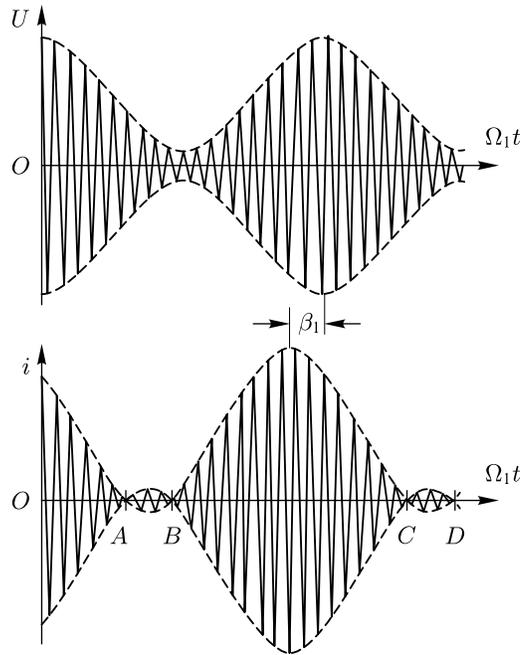


Рис. 6.19. Временная диаграмма напряжения и тока в параллельном колебательном контуре при $M_{u1} = 0,8$, $\xi_1 = 1$, $M_{i1} = 1,13$

Как видно из этого рисунка, ток на участках AB и CD меняет свою фазу на противоположную.

На рис. 6.20 приведены временные диаграммы напряжения и тока для случая, когда напряжение модулировано одновременно двумя частотами: Ω_1 и $\Omega_2 = 2\Omega_1$, причем

$$\Phi_1 = \Phi_2 = 0, \quad M_{u1} = 0,8, \quad M_{u2} = 0,5.$$

На рис. 6.20а изображена временная диаграмма напряжения, а на других рисунках временные диаграммы тока для случаев, когда ξ_1 и ξ_2 соответственно равны 0,5 и 1 (рис. 6.20б), 1 и 2 (рис. 6.20в) и 2 и 4 (рис. 6.20г).

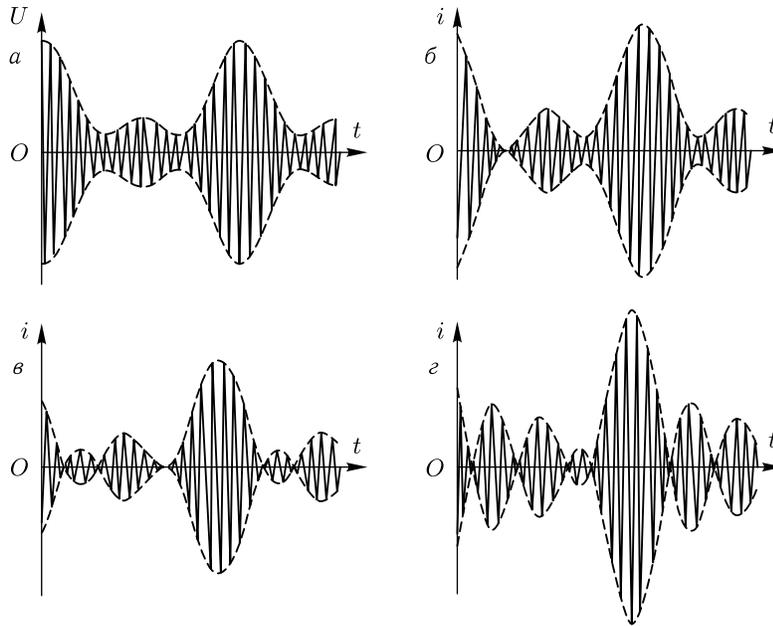


Рис. 6.20. Временные диаграммы напряжения и тока в параллельном колебательном контуре: а) напряжение с параметрами: $\Omega_2 = 2\Omega_1$, $\Phi_2 = \Phi_1 = 0$, $M_{u1} = 0,8$, $M_{u2} = 0,5$; б) ток при $\xi_1 = 0,5$ и $\xi_2 = 1$; в) ток при $\xi_1 = 1$ и $\xi_2 = 2$; г) ток при $\xi_1 = 2$ и $\xi_2 = 4$

Получающиеся искажения в форме огибающей могут быть уменьшены путем уменьшения обобщенных расстроек, для чего необходимо уменьшать добротность контура.

Увеличение коэффициента модуляции тока в параллельном контуре также можно объяснить, исходя из энергетических соображений. В случае параллельного контура средняя энергия поля конденсатора и поля катушки определяется амплитудой напряжения на контуре. Таким образом, изменение энергии поля контура будет соответствовать изменению амплитуды напряжения на нем. Когда амплитуда напряжения растет, потребление энергии контуром должно расти, так как подводимая энергия в это время будет идти не только на покрытие потерь, но и на увеличение поля. Благодаря этому при увеличении напряжения ток в неразветвленной цепи больше, чем при уменьшении его, когда энергия поля уменьшается и требуется подводить к контуру меньше энергии.

При быстром уменьшении амплитуды напряжения на контуре может оказаться, что будет освобождаться настолько много энергии, запасенной в поле, что она не успеет тратиться на покрытие потерь в контуре и начнет отдаваться во внешнюю цепь. При этом фаза

тока должна сделаться обратной фазе напряжения. Это явление можно наблюдать на рис. 6.19 на участках AB и CD .

В заключение отметим, что полученная в этом параграфе ф-ла (6.35) для тока в параллельном контуре идентична ранее полученной ф-ле (6.15) для этого же случая.

§ 6.13. Условие отсутствия искажений модуляции

В предыдущих параграфах мы видели, что модуляция тока в некоторой цепи может оказаться искаженной по отношению к модуляции напряжения, действующего на нее.

Искажений модуляции не будет, если для несущей и боковых частот проводимость цепи будет соответствовать формуле

$$\boxed{\mathbf{Y}(\omega) = Y_0 e^{i[\alpha_0 + (\omega - \omega_0)\tau]},} \quad (6.36)$$

где Y_0 , α_0 и τ — любые постоянные, а ω_0 — частота несущей. Действительно, в этом случае

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(\omega_0) &= Y_0 e^{i\alpha_0}, \\ \mathbf{Y}(\omega_0 + \Omega_\kappa) &= Y_0 e^{i(\alpha_0 + \Omega_\kappa\tau)}, \\ \mathbf{Y}(\omega_0 - \Omega_\kappa) &= Y_0 e^{i(\alpha_0 - \Omega_\kappa\tau)}, \end{aligned}$$

откуда в соответствии с ф-лой (6.23) $Y_\kappa = Y_0$ и $\alpha_\kappa = \Omega_\kappa\tau$.

Поэтому при воздействии на такую цепь напряжения

$$\begin{aligned} u &= U_m(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \\ &= U_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n M_\kappa \cos(\Omega_\kappa t + \Phi_\kappa) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \end{aligned} \quad (6.37)$$

в соответствии с ф-лой (6.25) ток будет равен

$$\begin{aligned} i &= Y_0 U_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n M_\kappa \cos(\Omega_\kappa t + \Phi_\kappa + \Omega_\kappa\tau) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \alpha_0) = \\ &= Y_0 U_c \left\{ 1 + \sum_{\kappa=1}^n M_\kappa \cos[\Omega_\kappa(t + \tau) + \Phi_\kappa] \right\} \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \alpha_0). \end{aligned}$$

Сливив это выражение с (6.37), можем написать

$$\boxed{i = Y_0 U_m(t + \tau) \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \alpha_0).} \quad (6.38)$$

Как видно из этого выражения, искажения модуляции тока действительно не будет, огибающая тока лишь умножится на постоянную величину Y_0 и сдвинется по времени на величину τ , а колебание высокой частоты сдвинется по фазе на величину α_0 . Таким образом, если для несущей и боковых частот модулированного колебания проводимость

соответствует ф-ле (6.36), т.е. модуль проводимости для всех частот одинаков, а аргумент меняется линейно с частотой, то модуляция не будет искажена.

Это справедливо не только для проводимости, но, как нетрудно доказать аналогичным способом, и для сопротивлений и коэффициентов передачи.

§ 6.14. Мощность АМ колебаний

Найдем мощность, выделяемую АМ током

$$i = I_m(t) \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

в сопротивлении r .

Эта мощность в момент времени t будет равна $P = ri^2$.

Если считать, что за время периода высокой частоты τ амплитуда колебания $I_m(t)$ будет меняться мало, то средняя мощность за период высокочастотного колебания будет определяться так же, как и для колебания с постоянной амплитудой, и будет равна

$$P_\tau = \frac{rI_m^2(t)}{2}. \quad (6.39)$$

Величина P_τ меняется с изменением амплитуды тока и в разные моменты времени будет различна.

Если модуляция происходит по периодическому закону, то можно говорить о средней мощности за период модуляции T .

Она будет равна:

$$P_T = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} \frac{rI_m^2(t)}{2} dt = \frac{rI_{mc}^2}{2}, \quad (6.40)$$

где I_{mc} — среднеквадратичное значение $I_m(t)$ за период модуляции. При периодической модуляции можно записать

$$I_m(t) = I_c \left[1 + \sum_{\kappa=1}^n M_\kappa \cos(\kappa\Omega t + \Phi_\kappa) \right],$$

где $\Omega = \frac{2\pi}{T}$ — основная частота модуляции, M_κ — парциальные коэффициенты модуляции, I_c — амплитуда несущей частоты.

Из теории рядов Фурье следует, что

$$I_{mc} = I_c \sqrt{1 + \sum_{\kappa=1}^n \frac{M_\kappa^2}{2}},$$

откуда

$$P_T = \frac{rI_c^2}{2} \left(1 + \sum_{\kappa=1}^n \frac{M_\kappa^2}{2} \right). \quad (6.41)$$

Таким образом, с увеличением коэффициентов модуляции мощность будет расти.

При модуляции одной частотой ($n = 1$) с коэффициентом модуляции $M_1 = 1$ мощность будет равна

$$P_T = 1,5 \frac{rI_c^2}{2},$$

т. е. будет в полтора раза больше, чем мощность, соответствующая колебанию несущей частоты.